

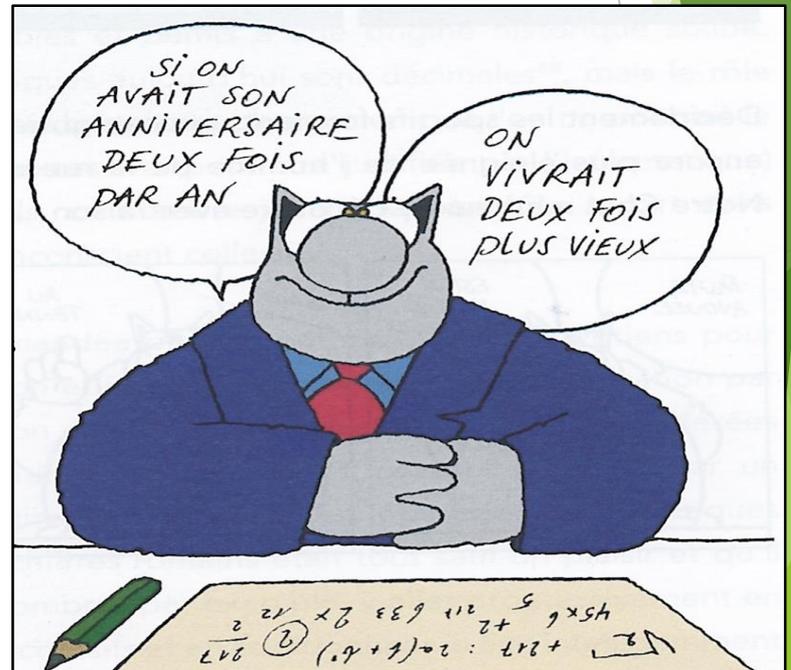
© Philippe Goussier

CALCUL MENTAL AU CYCLE 3



Sommaire

- ▶ **Place et intérêt du calcul mental**
- ▶ **Procédures mises en œuvre**
- ▶ **Comment faire du calcul mental plus efficace ?**
- ▶ **Quelles procédures de calcul mental enseigner ?**
- ▶ **Comment concevoir les séquences de calcul mental ?**
- ▶ **Les tables de multiplications**
- ▶ **Quels outils choisir pour conduire une séance ?**
- ▶ **Conclusion**



Rappel des 4 modalités de calcul présentes dans les programmes

Calcul mental

Le calcul mental est une modalité de calcul sans recours à l'écrit (éventuellement pour l'énoncé, la réponse, la correction).

Calcul en ligne

Le calcul en ligne est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit. Il se distingue du calcul mental, en donnant la possibilité à chaque élève d'écrire des étapes de calcul intermédiaires et du calcul posé, dans le sens où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme.

Calcul posé

Le calcul posé est une modalité de calcul écrit consistant à l'application d'un algorithme opératoire.

Calcul instrumenté

Le calcul instrumenté est un calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs instruments, appareils, ou logiciels (abaque, boulier, calculatrice, tableur).

Le calcul en ligne

- Soulager la mémoire de travail
- La trace écrite

$$\begin{array}{r} 12 \times 47 \\ 470 \quad \quad 94 \\ \hline 564 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 12 \times 47 = 564 \\ 10 \times 47 = 470 \\ 2 \times 47 = 94 \end{array}$$

$$12 \times 47 = 10 \times 47 + 2 \times 47 = 470 + 94 = 564$$

REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION

NOMBRES ET CALCULS

Calcul

Tout au long du cycle, la pratique régulière du calcul conforte et consolide la mémorisation des tables de multiplication jusqu'à 9 dont la maîtrise est attendue en fin de cycle 2.

Calcul mental

Dans la continuité du travail conduit au cycle 2, les élèves mémorisent les quatre premiers multiples de 25 et de 50.

À partir de la **période 3**, ils apprennent à multiplier et à diviser par 10 des nombres décimaux ; ils apprennent à rechercher le complément au nombre entier supérieur.

Tout au long de l'année, ils stabilisent leur connaissance des propriétés des opérations (ex : $12 + 199 = 199 + 12$; $5 \times 21 = 21 \times 5$; $45 \times 21 = 45 \times 20 + 45 \times 1$; $6 \times 18 = 6 \times 20 - 6 \times 2$).

À partir de la **période 3**, ils apprennent les critères de divisibilité par 2, 5 et 10.

En **période 4 ou 5**, ils apprennent à multiplier par 1 000 un nombre décimal.

Dès le début de l'année, les élèves apprennent à diviser un nombre décimal (entier ou non) par 100.

En **période 3** les élèves apprennent à multiplier un nombre décimal (entier ou non) par 5 et par 50.

Au plus tard en période 4, ils apprennent les critères de divisibilité par 3 et par 9.

Tout au long de l'année, ils étendent l'utilisation des principales propriétés des opérations à des calculs rendus plus complexes par la nature des nombres en jeu, leur taille ou leur nombre (exemples : $1,2 + 27,9 + 0,8 = 27,9 + 2$; $3,2 \times 25 \times 4 = 3,2 \times 100$).

Dès la **période 1**, dans le prolongement des acquis du CM, on réactive la multiplication et la division par 10, 100, 1 000.

À partir de la **période 2**, les élèves apprennent à multiplier un nombre entier puis décimal par 0,1 et par 0,5 (différentes stratégies sont envisagées selon les situations).

Tout au long de l'année, ils stabilisent la connaissance des propriétés des opérations et les procédures déjà utilisées à l'école élémentaire, et utilisent la propriété de distributivité simple dans les deux sens (par exemple : $23 \times 12 = 23 \times 10 + 23 \times 2$ et $23 \times 7 + 23 \times 3 = 23 \times 10$).

Calcul en ligne

Les connaissances et compétences mises en œuvre pour le calcul en ligne sont les mêmes que pour le calcul mental, le support de l'écrit permettant d'alléger la mémoire de travail et ainsi de traiter des calculs portant sur un registre numérique étendu.

Dans des calculs simples, confrontés à des problématiques de priorités opératoires, par exemple en relation avec l'utilisation de calculatrices, les élèves utilisent des parenthèses.

Calcul posé

Dès la **période 1**, les élèves renforcent leur maîtrise des algorithmes appris au cycle 2 (addition, soustraction et multiplication de deux nombres entiers).

En **période 2**, ils étendent aux nombres décimaux les algorithmes de l'addition et de la soustraction.

En **période 3** ils apprennent l'algorithme de la division euclidienne de deux nombres entiers.

Les élèves apprennent les algorithmes :

- de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier (dès la **période 1**, en relation avec le calcul de l'aire du rectangle) ;
- de la division de deux nombres entiers (quotient décimal ou non : par exemple, $10 : 4$ ou $10 : 3$), dès la **période 2** ;
- de la division d'un nombre décimal par un nombre entier dès la **période 3**.

Tout au long de l'année, au travers de situations variées, les élèves entretiennent leurs acquis de CM sur les algorithmes opératoires.

Au plus tard en **période 3**, ils apprennent l'algorithme de la multiplication de deux nombres décimaux.

Les textes

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

édusCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Le calcul aux cycles 2 et 3

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

édusCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Le calcul en ligne au cycle 2

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

édusCOL Informer et accompagner les professionnels de l'éducation

CYCLES 2 3 4

> MATHÉMATIQUES

Nombres et calculs

Le calcul en ligne au cycle 3

Synthèse

Le calcul mental et le calcul en ligne sont pratiqués pour :

- construire puis travailler la compréhension de la notion de nombre et des propriétés de notre numération décimale de position ;
- développer la connaissance des nombres ;
- travailler le sens des opérations ;

Synthèse

Le calcul mental et le calcul en ligne sont pratiqués pour :

- construire puis travailler la compréhension de la notion de nombre et des propriétés de notre numération décimale de position ;
- développer la connaissance des nombres ;
- travailler le sens des opérations ;

- découvrir et utiliser les propriétés des opérations ;
- développer des habiletés calculatoires ;
- construire progressivement des faits numériques et des procédures élémentaires utiles pour mener des calculs posés et permettre de traiter des calculs (mentaux ou en ligne) plus complexes ;

Synthèse

Le calcul mental et le calcul en ligne sont pratiqués pour :

- construire puis travailler la compréhension de la notion de nombre et des propriétés de notre numération décimale de position ;
- développer la connaissance des nombres ;
- travailler le sens des opérations ;

- découvrir et utiliser les propriétés des opérations ;
- développer des habiletés calculatoires ;
- construire progressivement des faits numériques et des procédures élémentaires utiles pour mener des calculs posés et permettre de traiter des calculs (mentaux ou en ligne) plus complexes ;

- développer des compétences dans le cadre de la résolution de problèmes, par exemple au niveau du choix des opérations.

Via le calcul mental et le calcul en ligne, on apprend aussi à déterminer un ordre de grandeur et à pratiquer le calcul approché. Cette capacité est particulièrement utile pour contrôler un résultat et développer l'esprit critique.

2-Procédures mises en œuvre

32 x 25

Des procédures qui ne se valent pas

- **Des procédures diverses que l'on peut hiérarchiser en terme d'efficacité**

Il s'agit d'une mobilisation

- qui dépend de la disponibilité des connaissances numériques des élèves
- qui est le résultat d'un compromis entre la qualité des connaissances mobilisées et le coût en calcul et en mémoire

- **Qui n'implique pas les mêmes apprentissages**

Calcul et raisonnement

Exemple : trois enfants disent comment ils ont calculé 15×8

- ▶ Alex : 15 c'est 10 plus 5. J'ai d'abord calculé 8 fois 10 c'est 80, puis 8 fois 5 c'est 40. Et j'ai fait 80 plus 40.
- ▶ Bambou : je sais que 4 fois 15 c'est 60 (car 4 fois 15 minutes c'est une heure) Et 8 fois 15 c'est donc 60 plus 60.
- ▶ Carole : J'ai fait 2 fois 15 c'est 30, puis 2 fois 30 c'est 60 puis 2 fois 60 c'est 120.

Analyse des différentes procédures

Procédure mise en œuvre	Qualité des connaissances numériques mobilisées	Coût en traitement du calcul (mémoire et calcul)
Simulation du calcul posé	Peu de connaissances mobilisées	Coût très élevé car nécessite de mémoriser beaucoup de données
<i>→ Tendance des élèves en difficulté : se réfugier dans des procédures de calculs automatisés</i>		
Procédures mobilisant des décompositions additives	Connaissances à mobiliser relativement faibles : Faibles si décompositions canoniques (décompositions souvent fréquentées)	Économique par rapport à la précédente mais Coût parfois élevé en mémoire et en calculs intermédiaires
<i>→ Procédures majoritaires en cycle 3 et résistantes dans le temps car fiables (fonctionnent avec tous les nombres)</i>		
Procédures mobilisant des décompositions multiplicatives	Procédures qui impliquent des connaissances sur les nombres (« nombres qui parlent »)	Économie en traitement de calcul Coût en mémoire et en calculs intermédiaires réduit
<i>→ Procédures efficaces mais peu fiables car elles fonctionnent pour 25 mais pas pour 4</i> <i>→ Le domaine de validité de la procédure est limité.</i>		

3-Comment faire du calcul mental plus efficace ?

Trois objectifs

- Assurer la connaissance de faits numériques
- Développer la connaissance des propriétés des opérations et de procédures de calcul mental
- Renforcer des capacités et connaissances mathématiques

Assurer la connaissance de faits numériques

- Connaissances des tables dans les deux sens
Soulager la mémoire de travail : 36×8 et 6×8
- Avoir des nombres qui « parlent »
14 objets identiques pèsent ensemble 63kg.
Combien pèsent 4 de ces objets ?
- Pouvoir aborder sereinement le calcul posé (les deux s'enrichissent mutuellement)

Développer la connaissance des propriétés des opérations et de procédures de calcul mental

- Commutativité

$$5 + 27 = 27 + 5 \quad 6 \times 4 = 4 \times 6$$

- Associativité

$$(37 \times 4) \times 25 = 37 \times (4 \times 25)$$

- Distributivité

$$12 \times 47 = (10 + 2) \times 47 = 10 \times 47 + 2 \times 47$$

- Ajouter 9

$$37 + 9 ?$$

$$51 + 9 ?$$

- Multiplier par 5

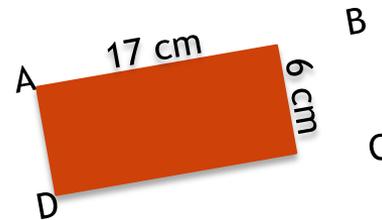
$$14,86 \times 5 ?$$

$$70 \times 5 ?$$

$$5 \times 50 \times 6,08 ?$$

Renforcer des capacités et connaissances mathématiques

- Aire du rectangle ABCD



- 3,5 kg = ? g

- Proportionnalité

4-Quelles procédures de calcul mental enseigner ?

Analyse de productions d'élèves

Production A

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 420$

$32 \times 25 = 670$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

Pour 4×25 j'ai fait 4×20 et après 4×5

Pour 8×25 j'ai fait $4 \times 25 \times 2$

Pour 24×25 j'ai fait 20×20 puis 4×5

Pour 32×25 j'ai fait 30×20 et 2×5

Production B

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 885$

$32 \times 25 = 800$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

$$10 \times 25 = 250 + 250 + 250 = 750 + 50 = 800$$

Production A

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 420$

$32 \times 25 = 670$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

Pour 4×25 j'ai fait 4×20 et après 4×5

Pour 8×25 j'ai fait $4 \times 25 \times 2$

Pour 24×25 j'ai fait 20×20 puis 4×5

Pour 32×25 j'ai fait 30×20 et 2×5

$4 \times 25 = 4 \times (20 + 5)$

$8 \times 25 = 2 \times (4 \times 25)$

~~$24 \times 25 = 20 \times 20 + 4 \times 5$~~

~~$32 \times 25 = 30 \times 20 + 2 \times 5$~~

Production B

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 885$

$32 \times 25 = 800$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

$32 \times 25 = 3 \times (10 \times 25) + 2 \times 25$

FAUX

 $10 \times 25 = 250 + 250 + 250 = 750 + 50 = 800$

FAUX

30×25

~~2×25~~

Résultat juste

Production C

$$4 \times 25 = 100$$

$$8 \times 25 = 200$$

$$24 \times 25 = 600$$

$$32 \times 25 = 800$$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

J'ai multiplié par 4 le résultat de 8×25 .

Production D

$$4 \times 25 = 100$$

$$8 \times 25 = 200$$

$$24 \times 25 = 600$$

$$32 \times 25 = 800$$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

$$8 \times 25 = 200 \times 2 = 400 \times 2 = 800$$

Production E

$4 \times 25 =$

$$\begin{array}{l} 4 \times 5 = 20 \\ 2 \times 4 = 8 \\ 20 + 8 \\ = 28 \end{array}$$

$8 \times 25 =$

$$\begin{array}{l} 8 \times 5 = 40 \\ 8 \times 2 = 16 \\ 40 + 16 \\ = 56 \end{array}$$

$24 \times 25 =$

$$\begin{array}{l} 5 \times 4 = 20 \\ 5 \times 2 = 10 \\ 2 \times 4 = 8 \\ 2 \times 2 = 4 \\ 20 + 10 = 30 + 8 = 38 \\ + 4 = 42 \end{array}$$

$32 \times 25 =$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

$$\begin{array}{l} 2 \times 5 = 10 \\ 5 \times 3 = 15 \\ 2 \times 2 = 4 \\ 2 \times 3 = 6 \\ = 35 \end{array} \quad \begin{array}{l} 10 + 15 = 25 \\ 6 + 4 = 10 \\ 25 + 10 = 35 \\ \text{j'ai fait } 2 \times 5 = 10 + \\ 5 \times 3 = 15 + 2 \times 2 = 4 + 2 \times 3 = 6 \\ = 35 \text{ dans ma tête} \end{array}$$

Production F

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 600$

$32 \times 25 = 800$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

J'ai fait $3 \times 20 = 60$ je rajoute un zéro car c'est des dizaines et $2 \times 5 = 10$ et $60 + 10 = 70$

Production G

$4 \times 25 = 100$

$8 \times 25 = 200$

$24 \times 25 = 600$

$32 \times 25 = 800$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

J'ai fait le résultat de 8×25 + le résultat de $24 \times 25 = 800$

Production H

$4 \times 25 = 820$

$8 \times 25 = 1640$

$24 \times 25 = 419820$

$32 \times 25 = 615410$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

j'ai mis le plus petit chiffre en bas et j'arrive à calculer

Production I

$4 \times 25 =$

$8 \times 25 =$

$24 \times 25 =$

$32 \times 25 =$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

j'ai fais $5 \times 3 = 15$

après $2 \times 2 = 4 + 1 = 5$

$$32 \times 25 = 55$$

Quelle(s) procédure(s) privilégier pour multiplier par 25...

- a) 11×25
- b) 19×25
- c) 32×25
- d) 102×25
- e) $1200 : 25$
- f) $360 \times 0,25$

« s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction des nombres, de leurs connaissances et des opérations mis en jeu »

Varier les registres

8 x 25

25 x 12

**Procédure fondée sur la distributivité
de la multiplication sur l'addition**

$$\begin{aligned} 25 \times 12 &= 25 \times (10 + 2) \\ &= (25 \times 10) + (25 \times 2) \end{aligned}$$

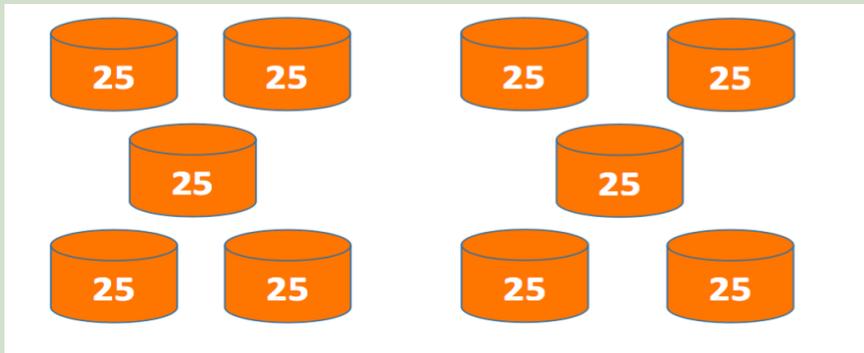
**Procédure fondée sur
l'associativité de la
multiplication**

$$\begin{aligned} 25 \times 12 &= 25 \times (4 \times 3) = \\ &= (25 \times 4) \times 3 \end{aligned}$$

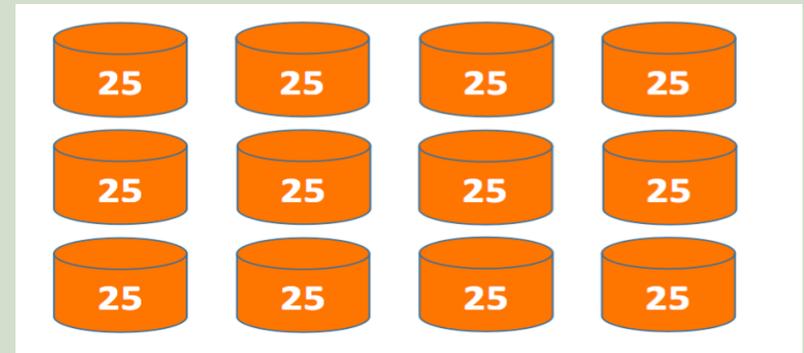
Registres figurés

Procédure fondée sur la distributivité de la multiplication sur l'addition

Procédure fondée sur l'associativité de la multiplication



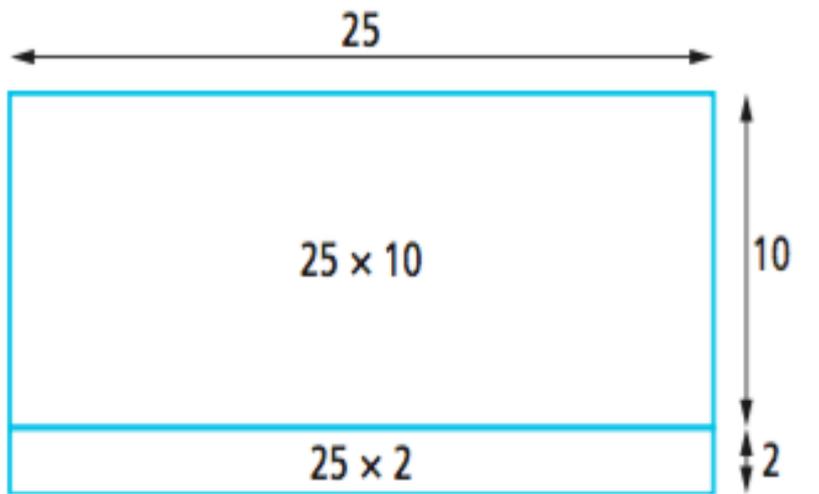
12 boîtes de 25 bonbons
décomposées en
10 boîtes de 25 bonbons et 2 boîtes de 25
bonbons



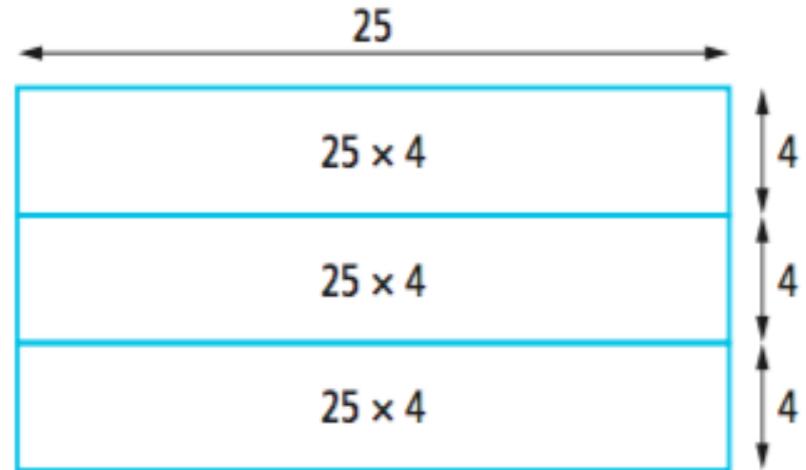
12 boîtes de 25 bonbons
décomposées en
3 groupes de 4 boîtes de 25 bonbons
ou
4 groupes de 3 boîtes de 25 bonbons

Registres des quadrillages

Procédure fondée sur la distributivité de la multiplication sur l'addition



Procédure fondée sur l'associativité de la multiplication



Registres verbaux

Procédure fondée sur la distributivité de la multiplication sur l'addition

12 fois 25 ,
c'est 10 fois 25 plus 2 fois 25

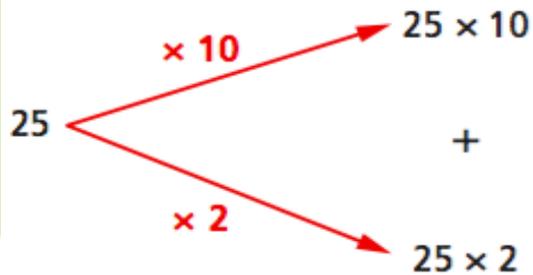
Procédure fondée sur l'associativité de la multiplication

12 fois 25,
c'est 3 fois « 4 fois 25 »

Registres symboliques

Procédure fondée sur la distributivité de la multiplication sur l'addition

Arbres de calcul



Calculs en ligne

$$25 \times 12 = 25 \times (10 + 2) = (25 \times 10) + (25 \times 2)$$

Procédure fondée sur l'associativité de la multiplication



Calculs en ligne

$$25 \times 12 = 25 \times (4 \times 3) = (25 \times 4) \times 3$$

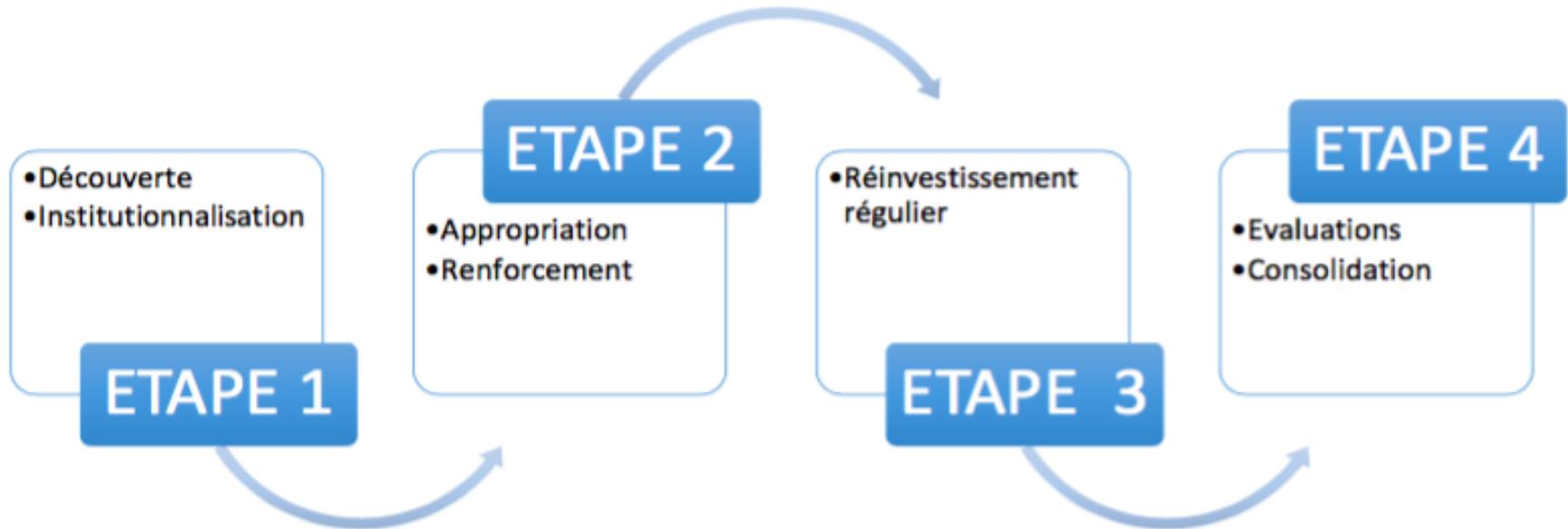
La construction de « procédures personnelles » de calcul mental est la combinaison :

- de procédures apprises (des automatismes)
- d'une mémoire réactive des faits numériques (connaissances immédiatement disponibles, temps de mémorisation des faits numériques à mettre en place, affichages spécifiques)
- d'une habileté à utiliser une décomposition pertinente des nombres (« faire parler les nombres »)
- de la capacité à s'adapter aux nombres en présence (l'initiative).

Dans un second temps, quand les procédures visées seront acquises, l'objectif sera de rendre les élèves capables de choisir, parmi les procédures qu'il a apprises, celle qui est la plus adaptée aux singularités des nombres en présence.

Comment concevoir les séquences de calcul mental ?

Une démarche en 4 étapes



Evaluations mises au service des apprentissages
Différenciation

ETAPE 1

Situation de départ

Recherche

Mise en commun

Institutionnalisation

Dans cette étape , la rapidité d'exécution des calculs n'est nullement l'objectif.

ETAPE 1

Situation de départ

Recherche

Un problème arithmétique simple et des contraintes

**Un ballon de basket coûte 34 €.
Combien paiera une école qui en achète 9 ?**

- Contraintes : pas d'écrit possible et pas de calculatrice

Variante :

1^{er} temps : l'énoncé est lu deux fois avec prise de notes possible

2^{ème} temps : les élèves résolvent mentalement le problème

3^{ème} temps : les élèves écrivent le résultat

ETAPE 1

Situation de départ

Recherche

Un calcul avec contraintes

$$34 \times 9 =$$

- Contraintes : temps limité, pas de calcul posé
- Travail sur l'ardoise.
- Possibilité d'écrire les calculs intermédiaires

ETAPE 1

Situation de départ

Recherche

Plusieurs calculs avec des contraintes

**24 x 9 ; 38 x 9 ; 25 x 9 ; 10 x 9 ; 50 x 9 ;
200 x 9 ; 4 X 9 ; 43 x 9 ; 36 x 9**

- Contraintes : temps limité, pas de calcul posé
- Travail dans le cahier.
- Possibilité d'écrire les calculs intermédiaires

ETAPE 1

Situation de départ

Recherche

Plusieurs calculs avec une contrainte

$$12 \times 9$$

$$36 \times 9$$

$$60 \times 9$$

$$1002 \times 9$$

$$222 \times 9$$

- Contrainte : pour chaque calcul, utiliser la calculatrice pour trouver le résultat, mais sans utiliser la touche [x].

ETAPE 1

Situation de départ

Recherche

Une question

« Dans votre cahier de recherche, expliquez comment vous calculez: « 9×34 » sans poser l'opération. »

ETAPE 1

Mise en commun

- Mutualisation des réponses et des différentes procédures.
- Explicitations orales par les élèves qui donnent à voir leurs démarches (qu'elles soient correctes ou erronées) en présentant leurs écrits.
- Validation des réponses après un échange d'arguments
- Emergence des erreurs. Recherche de leurs causes
- Trace écrite : au tableau, affichage collectif, cahier de l'élève

ETAPE 1

Mise en commun

L'enseignant traduit oralement et par écrit ce que dit l'élève

- verbalisation
- appui sur des représentations dans différents registres (schéma, demi-droite graduée, arbres de calculs...)
- utilisation des écritures symboliques
 - en langage ordinaire : 9 fois 34, c'est 10 fois 34 et il faut enlever 1 fois 34 ;
 - puis en langage mathématique : $34 \times 9 = (34 \times 10) - (34 \times 1)$

ETAPE 1

Institutionnalisation

- Comparer les procédures en termes d'efficacité et de coût, les **hiérarchiser**.
- Faire émerger une **procédure** (ou de plusieurs procédures) **et son domaine d'efficacité**.
- Le but est de rendre l'élève capable de **s'adapter** et de **choisir** la procédure adaptée.

Exemple

Il se peut qu'une autre procédure soit préférable pour certains calculs particuliers $40 \times 9 = ? \rightarrow 4 \times 9 \times 10$ et non $40 \times (10 - 1)$ comme dans la règle souvent appliquée quand on multiplie par 9

- Déterminer ce qu'il faut retenir + **trace écrite** dans le cahier

ETAPE 2

Appropriation et renforcement

- De façon massée sur une procédure
- 1 à 4 séances courtes (15 minutes) et quotidiennes
- Reformulations et explicitations des procédures par les élèves en donnant des exemples, jeu du vrai-faux, arbres à calculs à compléter, ...
- Exercices nombreux, variés et différenciés

ÉTAPE 3

Réinvestissement régulier

- **De façon filée** tout au long de l'année sur une variété de procédures
- **Situations de rappel** lors de séances portant sur un autre objectif , exemple : pour mémoriser les tables de multiplication : $7 \times 9 = (7 \times 10) - 7, \dots$
- **Résolution de problèmes** simples relevant du calcul mental.
- **Dans le cadre de jeux de calcul mental**

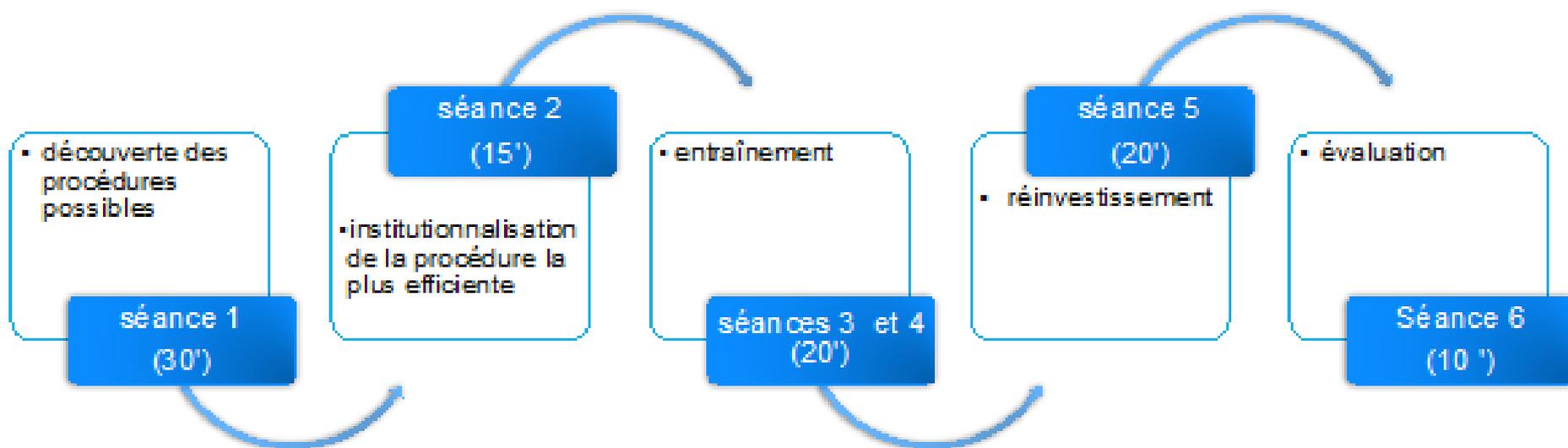
ÉTAPE 4

Évaluation

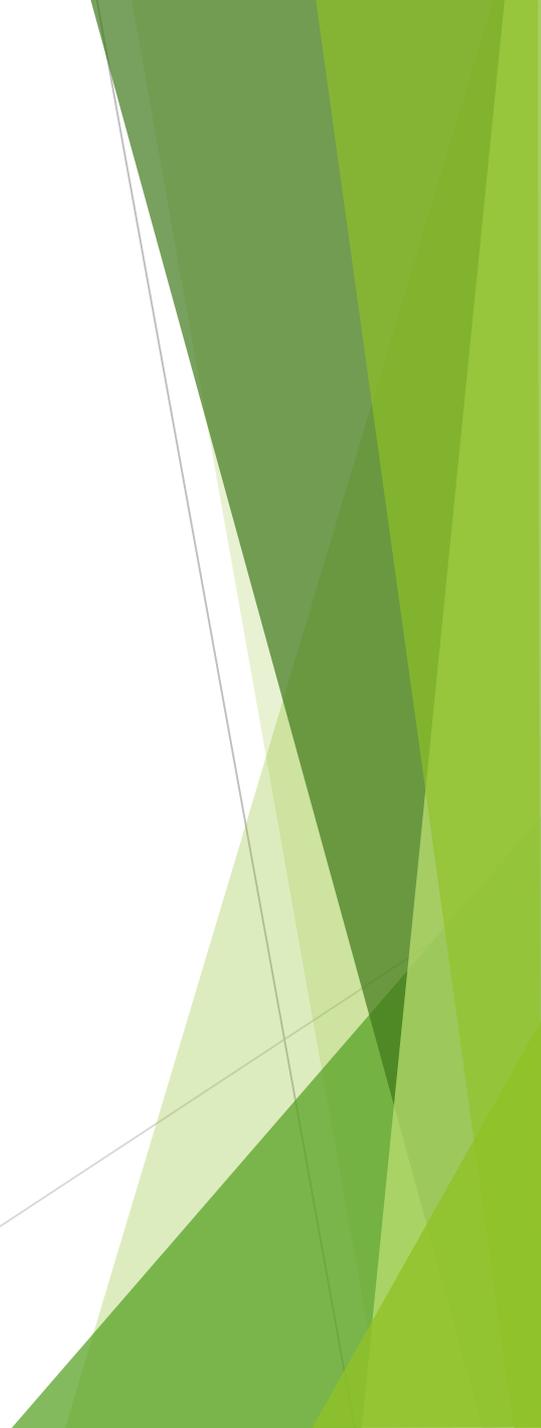
- **Autoévaluation et constat des progrès.**
- **Évaluation différenciée.**

Organisation de la séquence

Multiplier par 9



Les tables de multiplications



	V	F
1) Il faut toujours demander aux élèves de réciter les tables dans l'ordre ($7 \times 1, 7 \times 2, 7 \times 3, \dots$).		
2) L'entraînement est le seul ressort de la mémorisation des tables.		
3) Certains résultats sont mémorisés plus rapidement que d'autres, notamment les résultats des tables de 2, 5, ou 4 ou certains carrés		
4) L'entraînement joue un rôle essentiel et doit faire l'objet d'un travail quotidien dans le cadre de séances de calcul mental		
5) Une maîtrise complète du répertoire multiplicatif suppose la capacité à répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 65 ? ».		
6) Le lien entre additions répétées et multiplication est à éviter chez les élèves.		
7) L'utilisation du calcul posé ne peut pas permettre de renforcer la mémorisation des tables.		
8) La mémorisation des tables doit s'organiser par étapes en repérant avec les élèves les calculs les plus difficiles à mémoriser.		
9) La mémorisation des tables doit s'organiser en prenant appui sur la table de Pythagore ou un autre outil pour repérer les résultats connus et ceux qui restent à mémoriser .		
10) La commutativité de la multiplication permet de réduire le coût de la mémorisation de moitié.		
11) Sur les 81 résultats à retenir (hormis la table de 1), si les élèves connaissent déjà les tables de 2, de 5 et de 10, il en reste 36 à mémoriser puis 21 si on utilise la commutativité de la multiplication.		
12) Pour certains élèves, il est plus facile de mémoriser « 6 fois 7 » que « 7 fois 6 ».		

	V	F
1) Il faut toujours demander aux élèves de réciter les tables dans l'ordre ($7 \times 1, 7 \times 2, 7 \times 3, \dots$).		X
2) L'entraînement est le seul ressort de la mémorisation des tables.		X
3) Certains résultats sont mémorisés plus rapidement que d'autres, notamment les résultats des tables de 2, 5, ou 4 ou certains carrés	X	
4) L'entraînement joue un rôle essentiel et doit faire l'objet d'un travail quotidien dans le cadre de séances de calcul mental	X	
5) Une maîtrise complète du répertoire multiplicatif suppose la capacité à répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 65 ? ».	X	
6) Le lien entre additions répétées et multiplication est à éviter chez les élèves.		X
7) L'utilisation du calcul posé ne peut pas permettre de renforcer la mémorisation des tables.		X
8) La mémorisation des tables doit s'organiser par étapes en repérant avec les élèves les calculs les plus difficiles à mémoriser.	X	
9) La mémorisation des tables doit s'organiser en prenant appui sur la table de Pythagore ou un autre outil pour repérer les résultats connus et ceux qui restent à mémoriser.	X	
10) La commutativité de la multiplication permet de réduire le coût de la mémorisation de moitié.	X	
11) Sur les 81 résultats à retenir (hormis la table de 1), si les élèves connaissent déjà les tables de 2, de 5 et de 10, il en reste 36 à mémoriser puis 21 si on utilise la commutativité de la multiplication.	X	
12) Pour certains élèves, il est plus facile de mémoriser « 6 fois 7 » que « 7 fois 6 ».	X	

Apprentissage de la table du 17

$$17 \times \dots = 1,53$$

Apprentissage de la table de 17 : à vous de jouer !

Compléter le plus possible de cases en 3'

$17 \times 3 = \dots$	$170 = \dots \times 17$	$2 \times 17 = \dots$	$170 \div 17 = \dots$	$34 = \dots \times 17$
$68 = \dots \times 17$	$17 \times 8 = \dots$	$153 \div 9 = \dots$	$6 \times 17 = \dots$	$17 \times 9 = \dots$
$85 = \dots \times 17$	$119 = \dots \times 17$	$6 \times 17 = \dots$	$8 \times 17 = \dots$	$1700 = \dots \times 10$
$153 = \dots \times 17$	$2 \times 1,7 = \dots$	$9 \times 17 = \dots$	$51 = \dots \times 17$	$5 \times 17 = \dots$
$68 \div 17 = \dots$	$850 \div 5 = \dots$	$136 \div 8 = \dots$	$10 \times 17 = \dots$	$7 \times 17 = \dots$
$4 \times 17 = \dots$	$0,5 \times 17 = \dots$	$10,2 \div 6 = \dots$	$119 \div 17 = \dots$	$136 \div 17 = \dots$
$1530 = 170 \times \dots$	$850 = \dots \times 500$	$136 = \dots \times 17$	$9 \times 17 = \dots$	$5,1 \div 1,7 = \dots$
$119 \div 7 = \dots$	$6,8 = \dots \times 17$	$1,7 \times 5 = \dots$	$3,4 = \dots \times 17$	$17 \times \dots = 136$
$0,6 \times 17 = \dots$	$3 \times 0,17 = \dots$	$15,3 = \dots \times 1,7$	$8,5 = \dots \times 0,17$	$680 = \dots \times 40$
$340 = \dots \times 17$	$85 \div 5 = \dots$	$8 \times 17 = \dots$	$90 \times 17 = \dots$	$1\ 360 = \dots \times 17$

Comment avez vous procédé ?

Apprentissage de la table de 17 : à vous de jouer !

Construire la table de 17 et la mémoriser

1. $17 \times 3 = \dots\dots$
2. $9 \times 17 = \dots\dots$
3. $17 \times \dots\dots = 119$
4. $\dots\dots \times 17 = 85$
5. $8 \times 17 = \dots\dots$

6. $17 \times 0,6 = \dots\dots$
7. $3 \times 0,17 = \dots\dots$
8. $17 \times \dots\dots = 1360$
9. $\dots\dots \times 17 = 3,4$
10. $6,8 = \dots\dots \times 17$

Apprentissage de la table de 17 : à vous de jouer !

1. $17 \times 3 = 51$
2. $9 \times 17 = 153$
3. $17 \times 7 = 119$
4. $5 \times 17 = 85$
5. $8 \times 17 = 136$

1. $17 \times 0,6 = 10,2$
2. $3 \times 0,17 = 0,51$
3. $17 \times 80 = 1360$
4. $0,2 \times 17 = 3,4$
5. $6,8 = 0,4 \times 17$

Table du liuret.

2 fois 2	4	4	7	28	7	10	70			
2	3	6	4	8	32	<hr/>				
2	4	8	4	9	36	8 fois 8	64			
2	5	10	4	10	40	8	9	72		
2	6	12	<hr/>		8		10	80		
2	7	14	5 fois 5	25	<hr/>					
2	8	16	5	6	30	9 fois 9	81			
2	9	18	5	7	35	9	10	90		
2	10	20	5	8	40	10	10	100		
<hr/>		3 fois 3		9	5	9	45	<hr/>		
3	4	12	5	10	50	<hr/>				
3	5	15	6 fois 6	36	2	12	24			
3	6	18	6	7	42	3	12	36		
3	7	21	6	8	48	4	12	48		
3	8	24	6	9	54	5	12	60		
3	9	27	6	10	60	6	12	72		
3	10	30	<hr/>		7	12	84			
<hr/>		4 fois 4		16	8	12	96			
4	5	20	7 fois 7	49	9	12	108			
4	6	24	7	8	56	10	12	120		
<hr/>		7 fois 7		49	11	12	132			
<hr/>		7		9	63	12	12	144		

Extrait de l'arithmétique
de Pierre de Savonne
d'Avignon, 1632

Nul ne peut estre bon Chiffreur,
Si son liuret ne sçait par cœur.

Les tables – dans quel ordre ?

- ▶ Exigence de cycle 2
- De 2 et de 5 : les plus simples
- De 4 et de 8 sont bien placées car table de 4 est le double de la table de 2 et la table de 8 est le double de la table de 4
- Table de 9 facilitée par un certain nombre de remarques
- Tables de 3 et 6 car 6 est le double de 3
- Enfin table de 7 : rien à apprendre sauf 7X7

Enseigner les tables

▶ $2 \times 3 = 6$

$2 \times 3 = 6$

doubles :

triples :

▶ $3 \times 3 = 9$

$3 \times 3 = 9$

$2 \times 3 = 6$

$3 \times 3 = 9$

▶ $4 \times 3 = 12$

$4 \times 3 = 12$

$4 \times 3 = 12$

$9 \times 3 = 27$

▶ $5 \times 3 = 15$

$5 \times 3 = 15$

$8 \times 3 = 24$

▶ $6 \times 3 = 18$

$6 \times 3 = 18$

$2 \times 3 = 6$

▶ $7 \times 3 = 21$

$7 \times 3 = 21$

$6 \times 3 = 18$

▶ $8 \times 3 = 24$

$8 \times 3 = 24$

▶ $9 \times 3 = 27$

$9 \times 3 = 27$

Table de pythagore

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

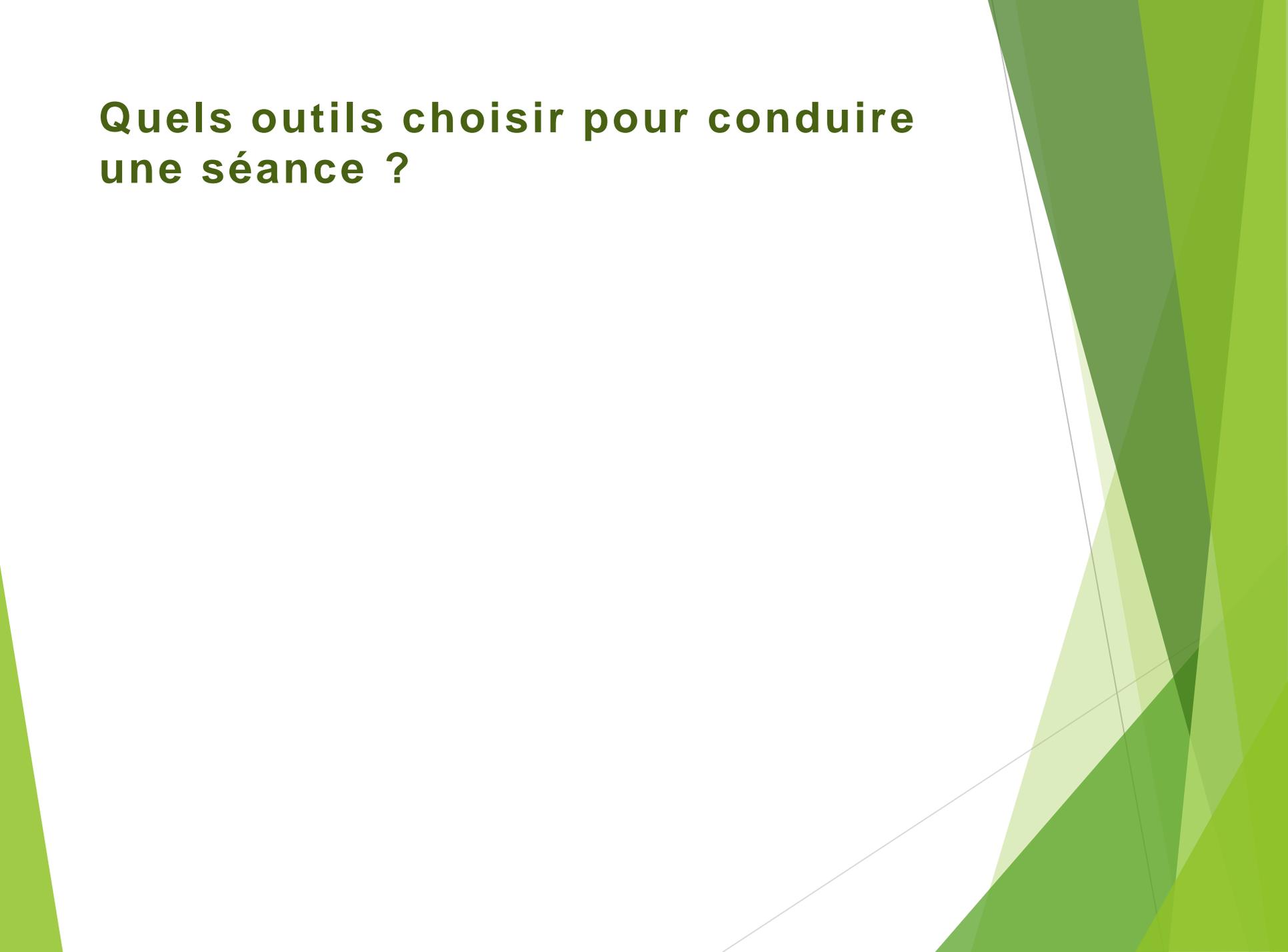
Tables – mémorisation

A quoi reconnaît-on qu'un enfant a mémorisé $6 \times 7 = 42$?

- ▶ Répondre à 4 types de questions :
- ▶ $7 \times 6 = ?$ et $6 \times 7 = ?$
- ▶ Combien de fois 6 ou de fois 7 dans 42 ?
- ▶ Décomposer 42 sous la forme de 6×7 ou 7×6
- ▶ Combien de fois 6 dans 44 ? (utile pour le calcul de divisions)

- ▶ → varier le mode de questionnement lors de l'entraînement ...

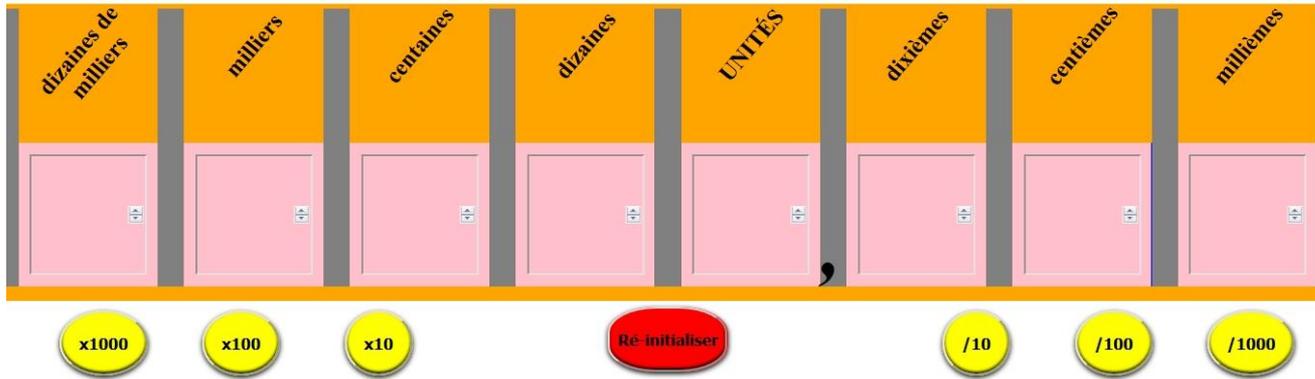
**Quels outils choisir pour conduire
une séance ?**

The background of the slide is white with abstract green geometric shapes on the right and bottom edges. These shapes consist of overlapping triangles and polygons in various shades of green, from light to dark, creating a modern, layered effect.

<http://www4.ac-nancy-metz.fr/ien-gerardmer/glisse-nombre/>

?

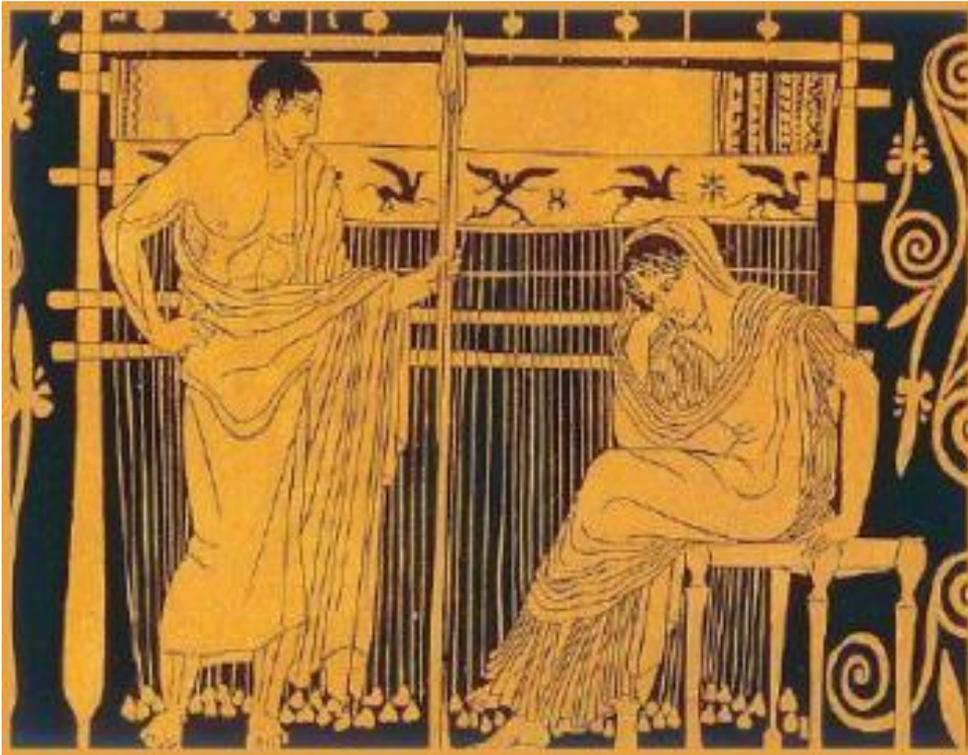
LE GLISSE-NOMBRE



Jeux de calcul mental



LE JEU DE PENELOPE



24

3×8

$3 \times 2 \times 4$

$3 \times 2 \times 2 \times 2$

$6 \times 2 \times 2$

12×2

24



golf

On part de 5.

On peut soit ajouter 9 soit enlever 6 et ceci autant de fois qu'on veut.

Essayer d'atteindre 17.



- Essayer d'atteindre 17.

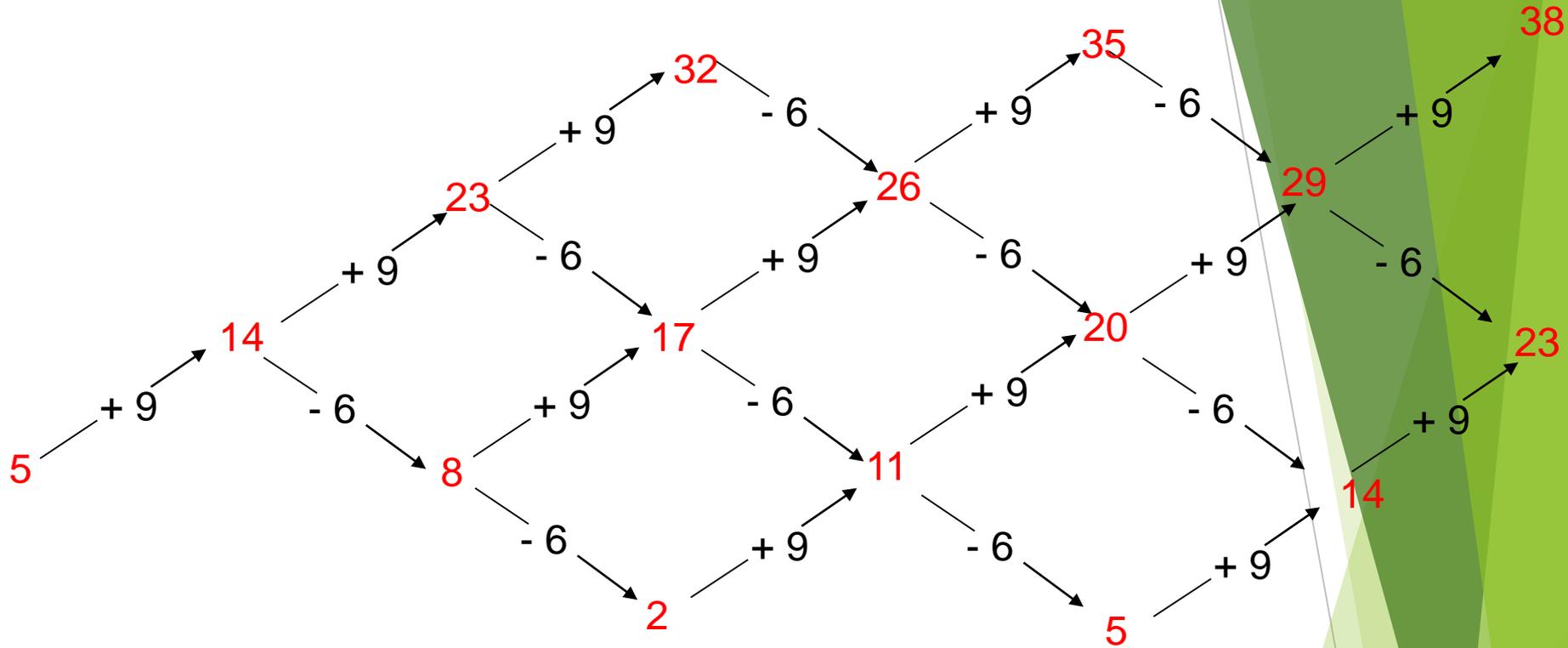
Exemple de solution :

$$5 + 9 + 9 - 6 = 17$$

- Essayer d'atteindre 35.

- Chercher tous les nombres que l'on peut atteindre entre 5 et 40.

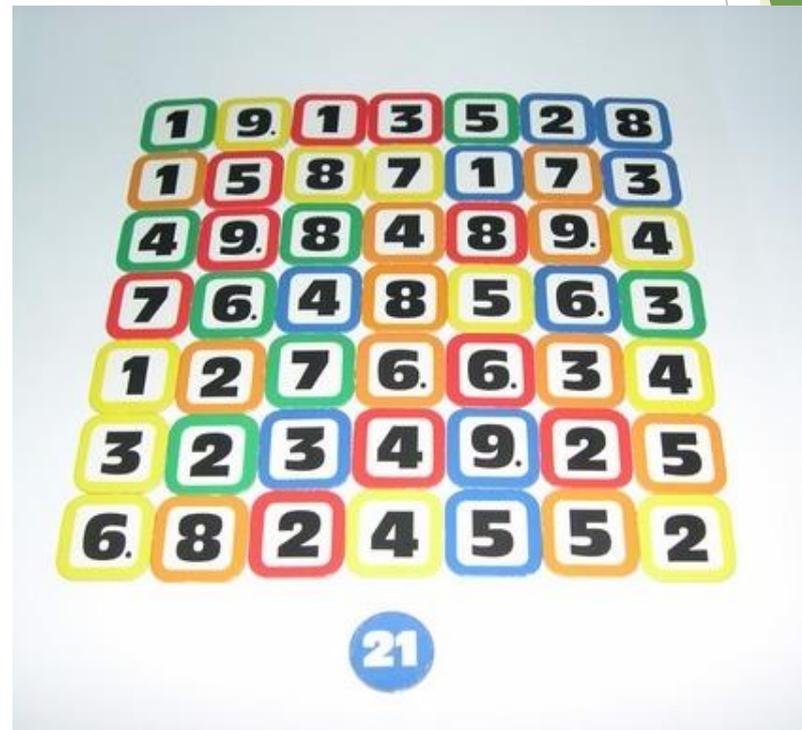
Complément : Recherche des nombres qu'on peut atteindre de 5 à 40



On peut atteindre les nombres : 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, etc.

Jeu du trio

49 jetons carrés sur lesquels on peut lire les chiffres de 1 à 9.
Il faut les disposer aléatoirement en un carré de 7 sur 7.



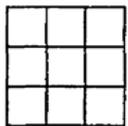
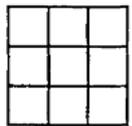
Jeu du trio

Nombre à trouver : 25

4	4	6	8	7	1	5
4	1	8	2	7	6	3
9	6	6	1	3	2	5
3	1	7	4	9	6	3
6	5	7	2	5	4	9
7	1	2	3	8	4	8
2	5	5	2	3	9	8

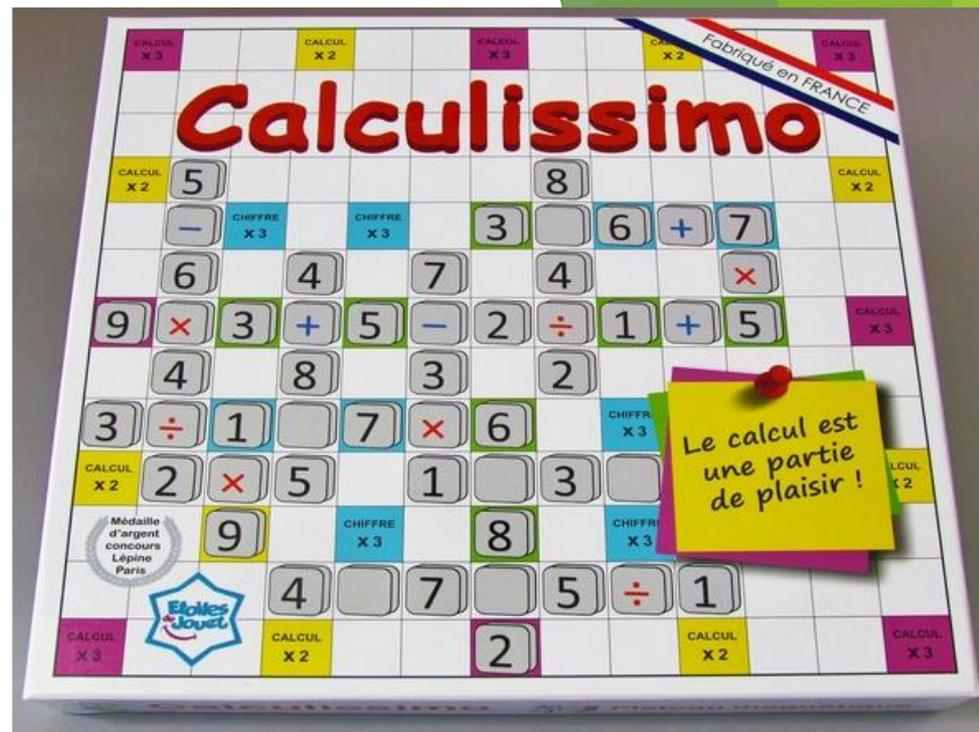
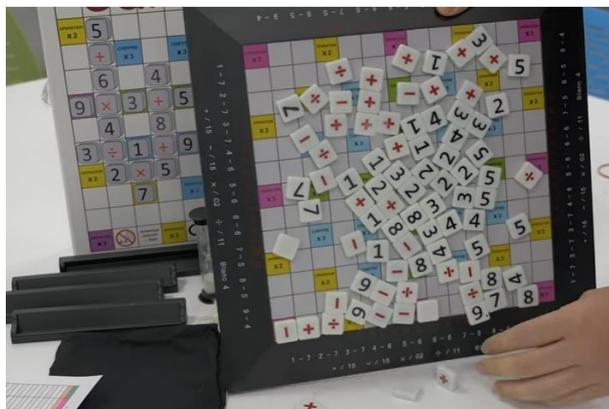
Jeu du trio

Nombre à trouver : 32



	1	2	3	4	5	6	7
A	4	6	3	9	6	4	6
B	8	2	7	2	8	1	2
C	1	3	5	8	6	4	5
D	8	5	6	3	9	1	5
E	2	2	3	7	9	5	7
F	4	7	4	2	1	6	5
G	7	9	3	3	8	4	1

Sylvain HAMANT de Boulay Concours LEPINE



Le MATHADOR

Règle du jeu





Le MATHADOR

Règle du jeu

Un élève lance les 7 dés.

A l'aide des 5 nombres (1 ; 3 ; 4 ; 5 ; 10) atteindre le nombre cible : 38

Le système de points

Addition : 1 point

Multiplication : 1 point

Soustraction : 2 points

Division : 3 points



Exemples de calculs

4 points :

$$4 \times 10 - 3 + 1$$

5 points :

$$4 \times 10 - (3 - 1)$$

$$3 \times 10 + 5 + 4 - 1$$

$$(10 + 5 + 4) \times (3 - 1)$$

$$10 \times (4 - 1) + 5 + 3$$

$$(10 + 4) \times 3 - 5 + 1$$

$$(4 + 3) \times (5 - 1) + 10$$

6 points :

$$5 \times (10 - 3) + 4 - 1$$

$$(10 + 4) \times 3 - (5 - 1)$$

$$3 \times 4 \times (5 - 1) - 10$$

7 points :

$$5 \times 10 - 3 \times 4 : 1$$

13 points Mathador :

$$4 \times 10 - (5 + 1) : 3$$



Solutions trouvées

$$(9+1) \times 6 + 6 = 66 \quad \text{(3 points)}$$

$$(14 - (9 - 6)) \times 6 : 1 = 66 \quad \text{(8 points)}$$

$$6 \times (14 + 6 - 9) : 1 = 66 \quad \text{(13 points)}$$

$$(14 - 9 + 6) \times 6 : 1 = 66 \quad \text{(13 points)}$$

Je joue au jeu de Yam avec 5 dés. Je remplis mon tableau et je calcule mon score.

		
		
		
		
		
		
TOTAL 1 (si plus de 63 points, bonus de 35 points)		

Brelan (3 dés identiques) = somme des 5 dés	
Carré (4 dés identiques) = somme des 5 dés	
Full (3 dés identiques + 2 dés identiques) = 25 points	
Petite suite (4 dés qui se suivent) = 30 points	
Grande suite (5 dés qui se suivent) = 40 points	
Yam (5 dés identiques) = 50 points	
Chance = somme des 5 dés	
TOTAL 2	

TOTAL 1 + TOTAL 2	
--------------------------	--

Poser les questions oralement	Poser les questions par écrit
Poser les questions une à une	Poser les questions toutes en même temps
Demander les réponses sur l'ardoise	Demander les réponses sur une feuille
Poser les questions sous la forme de calculs	Poser les questions sous la forme de petits problèmes
Poser des questions avec un temps limité	Poser des questions sans contrainte de temps
Proposer la correction à l'oral	Utiliser des calculs en ligne au cours de la correction

POSER LES QUESTIONS ORALEMENT

Intérêts

- développe la gestion mentale des calculs, l'agilité numérique mentale des élèves, une « gymnastique intellectuelle » plus complexe.
- utilisation de diverses représentations des nombres
- Exemples : pour 25×12 , un élève de CM2 voit « 25 paquets de 12 points » dans sa tête, un autre voit une puce qui saute sur la demi-droite graduée, d'autres voient des écritures chiffrées en ligne ou en colonnes, certains élèves évoquent un premier ordre de grandeur du résultat (« cela fait beaucoup plus que 150 »).
- utilisation des nombres du point de vue de la numération orale qui permet de découvrir d'autres procédures car d'autres décompositions des nombres sont mises en valeur : calculer $92 + 15$ fait intervenir le « quatre », le « vingt » et le « douze » de 92 tandis qu'à l'écrit on traite 9d et 2u.
- traduction orale des signes écrits : 4×25 devient « 4 fois 25 », moins abstrait pour certains élèves.
- développe les capacités d'attention et de mémorisation.
- pour certains élèves la mémorisation fonctionne essentiellement sur un format verbal.
- entraîne aux traitements mentaux à effectuer lors d'un calcul posé : mise en mémoire de résultats intermédiaires (soustractions intermédiaires de la division), ...

Limites

- la consigne doit être mémorisée ce qui mobilise une partie de la mémoire de travail : risques de saturation et d'erreurs de calcul.
- diminue la « disponibilité » des élèves pour la recherche de nouvelles procédures.
- différenciation plus difficile à mettre en œuvre.
- plus stressant pour les élèves.
- gestion des classes à cours multiples.
- traces écrites : uniquement les réponses, pas de trace explicite de ce que l'élève a appris.
- ordre des mots dans le calcul peut modifier la procédure utilisée, par exemple, « 32 fois 25 » et « 25 fois 32 ».

POSER LES QUESTIONS PAR ÉCRIT

Intérêts

- allège la mobilisation de la mémoire de travail.
- permet de découvrir d'autres procédures liées à la compréhension du fonctionnement de la numération écrite : décompositions des nombres
- Exemple : pour 25×12 , un élève de CM2 voit plus facilement la décomposition de 12 en 4×3 et peut ensuite calculer $25 \times 4 \times 3$ dans sa tête.
- la consigne reste visible, moins stressant pour les élèves.
- différenciation plus facile à mettre en place en jouant sur différents paramètres : nombre de calculs à effectuer, niveau de difficulté, aides proposées.
- permet de se concentrer sur la recherche de procédures nouvelles, facilite et développe le calcul raisonné.
- la mémorisation fonctionne essentiellement sur un format visuel pour certains élèves.
- travail en autonomie possible.
- autoévaluation plus facile (jeu du recto-verso par exemple).
- traces écrites : l'élève garde une trace de ce qu'il a appris.
- gestion des classes à cours multiples plus facile.

Limites

- risque d'inciter l'élève à poser l'opération dans sa tête.
- agilité numérique moins développée qu'avec des questions à l'oral (donc moins motivant).
- capacités de mémoire et d'attention moins travaillées.
- « 4×25 » plus abstrait que « 4 fois 25 ».

POSER LES QUESTIONS UNE À UNE

Intérêts

- évaluation immédiate.
- retour immédiat sur les erreurs et leurs causes.
- gestion de la durée de la séance plus facile.
- développe les capacités d'attention.
- développe l'automatisation.

Limites

- situation plus stressante pour les élèves.
- différenciation pédagogique plus difficile.
- l'élève n'a pas une vision d'ensemble des différents calculs proposés dans la série, ce qui rend moins explicite l'objectif de la séance.
- l'élève prend plus difficilement appui sur les résultats des calculs précédents.

POSER TOUTES LES QUESTIONS EN MÊME TEMPS

Intérêts

- chaque élève peut travailler à son rythme, choisir une organisation de son travail.
- situation moins stressante.
- rend plus explicite l'objectif de la séance, permet de mieux percevoir le lien entre les différents calculs proposés.
- permet de percevoir plus facilement les relations entre les nombres utilisés dans les calculs.
- prise d'appui sur les résultats précédents.
- gestion des classes à cours multiples.

Limites

- moins d'interactions avec l'enseignant et les autres élèves, il faut attendre la fin de l'exercice pour avoir un éclairage sur les procédures à utiliser.
- pas de retour immédiat sur les causes des erreurs.
- gestion de la durée de l'exercice plus difficile pour l'enseignant.
- motive moins à l'apprentissage de réflexes (calcul automatisé) car pas de nécessité de répondre rapidement.

DEMANDE LES RÉPONSES SUR L'ARDOISE

Intérêts

- évaluation et gestion des erreurs immédiates.
- rapidité d'exécution si procédé Lamartinière.
- taux d'activité des élèves plus important dans un temps limité.
- plus d'interactions entre les élèves.
- gestion plus aisée du rythme de la séance : durée allouée à chaque calcul.
- permet de varier les modes et forme de travail.
- focalise l'attention des élèves.

Limites

- pas de traces du travail effectué dans les cahiers.
 - souvent les élèves et l'enseignant restent focaliser sur le résultat de l'opération.
- Exemple : pour $4 \times 25 = ?$, l'enseignant donne uniquement le résultat « cela fait 100 » alors qu'il serait préférable de donner l'ensemble du calcul « 4×25 égal 100 ».

DEMANDER LES RÉPONSES SUR UNE FEUILLE

Intérêts

- moins stressant pour les élèves car pas de regard des autres élèves sur leur travail.
- développe le calcul en ligne si cadre de recherche à cet effet.
- l'élève peut revenir sur ses réponses.
- démarche de l'élève plus visible.
- valorisation individualisée des progrès de l'élève.
- l'élève garde une trace des travaux effectués qui deviennent une référence.
- l'élève peut s'évaluer et constater des progrès au cours de la séquence, de la période et de l'année.

Limites

- évaluation et gestion des erreurs de chaque élève différée.
- taux d'activité moins important que sur l'ardoise.
- moins d'interactions avec les autres élèves.
- moins de rythme donné à la séance de mathématiques car moins de variation des modes de travail.

POSER LES QUESTIONS SOUS LA FORME DE CALCULS

Intérêts

- fait émerger l'intelligence qui est souvent à l'œuvre dans les activités de calcul.
- contribue à développer des connaissances sur les nombres et les opérations (propriétés).
- propose une tâche moins complexe que la résolution de problème.
- améliore les habiletés calculatoires des élèves.

Limites

- réinvestissement et transfert en situation de résolution de problèmes.

POSER LES QUESTIONS SOUS LA FORME DE PETITS PROBLÈMES

Intérêts

- évocation d'un champ de la réalité.
- lien avec les usages du calcul mental dans la vie courante.
- sens des opérations et entraînement au calcul mental sont alors travaillés simultanément.
- aide les élèves à progresser dans la maîtrise du « sens des opérations ».
- les calculs à effectuer ne sont pas explicitement donnés.

Limites

- veiller à proposer des problèmes qui ne sont pas « nouveaux », où l'élève dispose déjà des connaissances nécessaires à la résolution.

Conclusion

- Structurer les séances en séquences
- Pratique quotidienne
- Enseigner des procédures
- Varier les entraînements
- Proposer des ressources différentes
- Structurer les acquis : la trace écrite
- Accorder du temps à l'échange entre élèves



MERCI !

FIN

- ASSOCIATIVITÉ DE L'ADDITION ET DE LA MULTIPLICATION



⇒ On peut commencer par ajouter 2 bananes et 5 pommes puis ajouter 3 poires
ou effectuer le calcul dans un ordre différent

$$(2 + 5) + 3 = 2 + (5 + 3)$$

$$7 + 3 = 2 + 8$$

$$24 \times 5 = 12 \times 10 \text{ car } (12 \times 2) \times 5 = 12 \times (2 \times 5)$$

Un élève peut dire, par exemple : « dans une addition ou une multiplication, on peut regrouper les termes comme on veut ».

- **DISTRIBUTIVITÉ DE LA DIVISION SUR L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION**

$$520 : 4 = ?$$

Pour donner du sens à ce calcul, il est préférable de s'appuyer sur des grandeurs

520 euros à partager en 4.

« Je partage 400 euros en 4, cela fait 100 euros chacun, puis 120 euros en 4, cela fait 30 euros. »

« On a donc 100 plus 30, c'est-à-dire 130 euros par personne. »

Ce qui s'écrit : $520 : 4 = (400 + 120) : 4 = (400 : 4) + (120 : 4) = 100 + 30 = 130$

Les traces écrites utilisées par les élèves doivent s'appuyer sur le sens.

Aspects historiques

Petite bourse d'argile creuse

Inscription : « Objets concernant des moutons et des chèvres »

- 21 brebis qui ont déjà eu des petits
- 6 agneaux femelles
- 8 béliers adultes
- 4 agneaux mâles
- 6 chèvres qui ont déjà eu des petits
- 1 bouc
- 2 chevrettes

A l'intérieur de la bourse

48 billes en terre crue



Aspects historiques



Bulle d'argile et calculis

Suse Mésopotamie (Iran), environ 3300 avant J.C.

Aspects historiques



MARGARITA PHILOSOPHICA - 1508 - Gregor Reisch